Leseproben aus dem Buch "Elektrotechnik für Studierende: Band 2 – Gleichstrom"

Dr.-Ing. Paul Christiani GmbH & Co. KG ISBN 978-3-86522-715-7

Autor des Buches: Leonhard Stiny

Die Formatierung dieser Leseprobe weicht von der Formatierung des Buches ab.

Leseprobe 1

1.4 Elektrisches Potenzial

In der Umgebung einer Ladung oder zwischen ruhenden, räumlich getrennten Ladungen bildet sich ein elektrostatisches Kraftfeld aus. In einem elektrischen Feld wird auf eine Ladung eine Kraft ausgeübt. Die Kraft ist bei ungleicher Polarität der Ladungen anziehend, andernfalls abstoßend. Wird eine Ladung Q in einem elektrischen Feld bewegt, so muss Kraft aufgewendet und damit mechanische Arbeit W verrichtet werden. Die im elektrischen Feld vom Punkt P_0 zum Punkt P_1 verschobene Ladung Q hat die an ihr verrichtete Arbeit in Form von potenzieller Energie gespeichert. Ihre potenzielle Energie im Punkt P_1 ist:

$$\boxed{W_1 = \varphi_1 \cdot Q} \tag{1.13}$$

Die Einheit der Energie bzw. Arbeit ist:

$$\boxed{[W] = \mathrm{Ws} = \mathrm{Nm} = \mathrm{J\ (Joule)}} \tag{1.14}$$

$(\mathrm{Ws} = \text{Wattsekunde},\ \mathrm{Nm} = \text{Newtonmeter})$

Unter dem Potenzial φ einer Ladung Q wird deren *Arbeitsfähigkeit* (potenzielle Energie) in einem Punkt eines elektrischen Feldes bezüglich eines anderen Punktes verstanden.

War das Potenzial φ der Ladung im Bezugspunkt P_0 vor der Verschiebung null, so hat die Ladung nach der Verschiebung im Punkt P_1 in Bezug auf ihren vorherigen Ort das elektrische Potenzial:

$$\boxed{\varphi(P_1) = \varphi_1 = \frac{W_1}{Q}} \tag{1.15}$$

Die Einheit des Potenzials ist Energie pro Ladung:

$$\boxed{[\varphi] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = \mathrm{V\ (Volt)}} \tag{1.16}$$

Das elektrische Potenzial φ gibt die örtliche Verteilung der Höhe der potenziellen Energie im elektrischen Feld an. Das Potenzial lässt sich durch Äquipotenzialflächen (Flächen gleichen Potenzials) anschaulich darstellen.

Zu einem Potenzial gehört in der Praxis immer ein **Bezugspunkt** oder **Bezugsniveau** (**Nullniveau**) mit dem Potenzial $\varphi = 0\ \mathrm{V}$.

1.5 Elektrische Spannung

Bei Quellen und Verbrauchern interessiert weniger die Größe der potenziellen Energie einer Ladung, sondern die Energiedifferenz, die eine Ladung beim Durchlaufen der Quelle oder des Verbrauchers erfährt.

Wird die Energiedifferenz

$$\boxed{\Delta W = W_2 - W_1 = (\varphi_2 - \varphi_1) \cdot Q = U \cdot Q} \tag{1.17}$$

zwischen zwei Punkten im elektrischen Feld auf die Ladung Q bezogen, so wird das Verhältnis $\Delta W/Q$ als **elektrische Spannung** $\boldsymbol{U}$ bezeichnet.

$$\boxed{U = \varphi_2 - \varphi_1} \tag{1.18}$$

Die Einheit der Spannung ist Energie pro Ladung:

$$\boxed{[U] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = \mathrm{V}\ (\mathrm{Volt})} \tag{1.19}$$

Eine Spannung besteht immer zwischen zwei Punkten.

Die Spannung U_{12} eines Punktes P_1 gegenüber einem Punkt P_2 wird positiv gerechnet, wenn das Potenzial im Punkt P_1 größer ist als im Punkt P_2.

$$\boxed{U_{12} = \varphi(P_1) - \varphi(P_2) = \varphi_1 - \varphi_2 = -U_{21}} \tag{1.20}$$

In der Elektronik wird als Bezugs- oder **Massepotenzial** meistens das elektrische Potenzial der Erdoberfläche (Erdungspunkt) verwendet und als null definiert. In elektronischen Schaltungen wird der Bezugspunkt als **Masse** bezeichnet und mit dem Schaltzeichen »$\perp$« versehen. Häufig ist dieser Bezugspunkt das Potenzial des Chassis (Montageblech, Gehäuse). Üblich ist dies vor allem in der Kraftfahrzeugelektronik, bei fast allen Kraftfahrzeugen ist der negative Pol der Batterie mit dem Chassis verbunden. In einem Schaltplan (grafische Darstellung von Bauteilen und zugehörigen elektrischen Verbindungen) werden oft Gleichspannungen an ausgewählten Punkten der Schaltung als Potenzial gegen Masse eingetragen, um die Funktionsweise rasch prüfen und Fehler schnell finden zu können.

Eine **Gleichspannung** ist eine zeitlich konstante Spannung. Wie aus Gl. (1.20) ersichtlich, gibt die Reihenfolge der Indizes das Vorzeichen der Spannung an. Ist $U_{12} > 0$, dann hat Punkt 1 das höhere Potenzial, Punkt 1 ist positiv gegenüber Punkt 2. In Schaltplänen wird die positive Spannung U_{12} durch einen *Richtungspfeil* von Punkt 1 nach Punkt 2 gekennzeichnet. Sind die Größen der Potenziale bekannt, so wird der Pfeil vom höheren (positiveren) Potenzial (+) zum niedrigeren (negativen) Potenzial (–) zeigend eingezeichnet. Sind die Potenziale (bzw. die Spannungen) erst zu berechnen, so werden für die Berechnung willkürlich gerichtete *Zählpfeile* der Spannungen (also willkürliche Spannungsrichtungen) angesetzt. Ergibt das Ergebnis der Berechnung $U > 0$, so gibt der Zählpfeil die tatsächliche Spannungsrichtung an. Ist das Ergebnis $U < 0$, so ist die tatsächliche Spannungsrichtung entgegen der vorher angenommenen Zählpfeilrichtung.

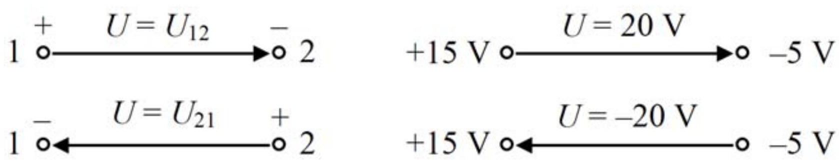

Abb. 7: Richtungs- und Zählpfeile von Spannungen

Elektrische Spannung wird immer durch eine Ladungstrennung durch Einwirkung anderer Energieformen erzeugt, wie z. B. mechanischer Energie (Generator) oder chemischer Energie (Batterie). Andere Energien werden in elektrische Energie umgewandelt, indem sie die Ladungstrennung bewirken und aufrechterhalten. Elektrische Energie bedeutet die potenzielle Energie von getrennten ungleichnamigen Ladungen.

Bei leitenden Materialien kann jedem Punkt ein Potenzial zugeordnet werden. Der Zusammenhang zwischen Potenzial φ, Spannung U und Feldstärke E lässt sich an einem stromdurchflossenen Leiter der Länge l mit konstantem Querschnitt erläutern. Entlang des Leiters ergibt sich eine gleichmäßige Verteilung des Potenzials, es steigt linear mit der Entfernung vom Bezugspunkt bei $x = 0$ an. Die Abhängigkeit des Potenzials vom Weg x wird im Potenzial-Weg-Diagramm $\varphi = f(x)$ durch eine Gerade durch den Nullpunkt beschrieben.

$$\boxed{\varphi(x) = \frac{U}{l} \cdot x} \tag{1.21}$$

Der Ausdruck U/l wird betragsmäßig als Feldstärke bezeichnet. Die Feldstärke ist von Plus nach Minus und somit vom Ort höheren Potenzials zum Ort niedrigeren Potenzials gerichtet. Für ein homogenes Feld gilt:

$$\boxed{E = \frac{U}{l}} \tag{1.22}$$

Die Einheit der elektrischen Feldstärke ist:

$$\boxed{[E] = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}} \tag{1.23}$$

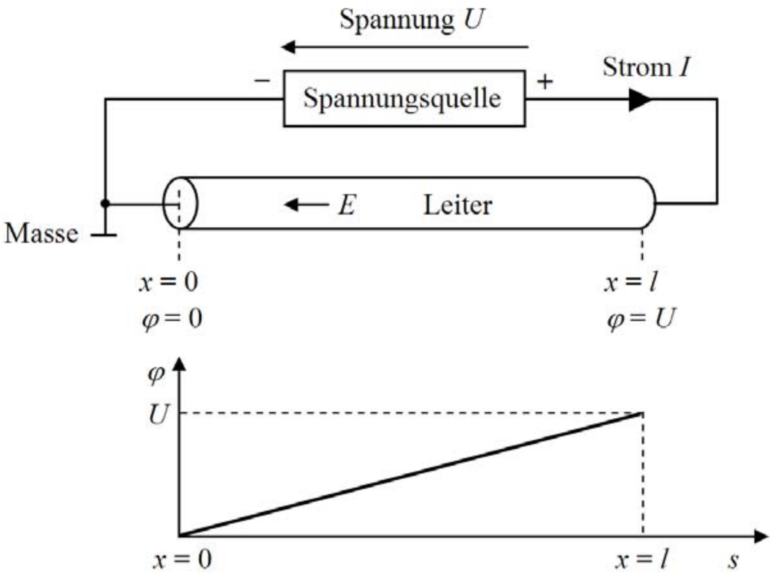

Abb. 8: Potenzial und Spannung entlang eines stromdurchflossenen Leiters

Da der positiveren Ladung ein höheres Potenzial zugeordnet wird, zeigen die Feldlinien des elektrischen Feldes $\vec{E}$ entsprechend der Potenzialabnahme in negative Richtung der x-Achse. Man spricht von einem Potenzialgefälle am Verbraucher (Leiter) in Stromrichtung. Hier hat der Begriff Spannungsabfall seinen Ursprung. Die Spannung U am Verbraucher ist eine Potenzialdifferenz und wird als **Spannungsabfall** bezeichnet. Der Spannungsabfall ist eine **passive Spannung**, diese ist nicht in der Lage einen Strom anzutreiben, sondern entsteht erst durch die Wirkung des Stromes! Den Stromfluss bewirkt die **aktive Spannung** U der Spannungsquelle. Diese Spannung entsteht durch die innere Wirkungsweise der Quelle, sie ist auch ohne Strom vorhanden und ist in der Lage, einen Stromfluss herbeizuführen. Anschaulich wird der Unterschied zwischen Spannungsabfall am Verbraucher und Strom treibender Spannung einer Spannungsquelle, wenn mehrere Verbraucher hintereinander geschaltet sind (jeder wird vom Strom durchflossen und an jedem entsteht ein Spannungsabfall) und wenn diese „Verbraucherkette" an einer Quelle liegt.

Die Differentiation von Gl. (1.21) ergibt unter Beachtung des Vorzeichens:

$$\boxed{\frac{d\varphi(x)}{dx} = \frac{U}{l} = -E_x} \tag{1.24}$$

Wird wie bisher nur die x -Koordinatenrichtung betrachtet, so erhält man:

$$\boxed{E_x = -\frac{d\varphi}{dx}} \tag{1.25}$$

Bei Berücksichtigung von drei Koordinatenrichtungen muss in jeder Richtung partiell differenziert werden. Es wird der Gradient des Potenzials gebildet.

$$\boxed{\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = -\operatorname{grad}(\varphi) = \begin{pmatrix} \frac{\partial\varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial y} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial z} \end{pmatrix}} \tag{1.26}$$

In einem homogenen Feld folgt daraus betragsmäßig Gl. (1.22). In einem nichthomogenen Feld mit nur einer x -Komponente erhält man für die Feldstärke Gl. (1.25). Das Potenzial berechnet sich dann zu:

$$\boxed{U_{21} = \varphi_2 - \varphi_1 = \varphi(P_2) - \varphi(P_1) = -\int_{x=x_1}^{x_2} E_x\,dx} \tag{1.27}$$

Dabei ist der Punkt P_2 an der Stelle x_2 positiver als der Punkt P_1 an der Stelle x_1.

Leseprobe 2

2.6 Eigenschaften elektrischer Energiequellen

2.6.1 Betriebsfälle aktiver Zweipole

Bei der Zusammenschaltung eines aktiven Zweipols mit einer Last treten in Abhängigkeit vom Lastwiderstand R_L unterschiedliche Betriebsfälle auf.[1]

2.6.1.1 Idealer Leerlauf

Leerlauf bedeutet, an die Anschlussklemmen der Quelle ist kein Widerstand angeschlossen, d. h. der Lastwiderstand ist unendlich groß: $R_L = \infty$. Zwischen den beiden Anschlussklemmen einer Quelle besteht also ein Leerlauf, wenn der Stromkreis unterbrochen ist und zwischen den Klemmen kein Strom fließt. Dies gilt unabhängig von der Spannung U_0 (**Leerlaufspannung**), die zwischen den Klemmen besteht.

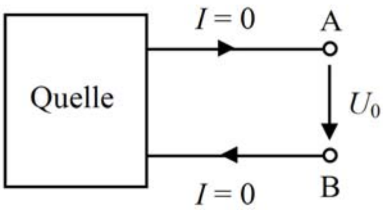

Abb. 27: Idealer Leerlauf

2.6.1.2 Idealer Kurzschluss

Kurzschluss bedeutet, die Anschlussklemmen der Quelle sind unendlich gut leitend miteinander verbunden, d. h. der Lastwiderstand ist null: $R_L = 0\,\Omega$. Somit ist nach dem ohmschen Gesetz $U_K = R_L \cdot I_K = 0 \cdot I_K = 0$ die Spannung zwischen den beiden Klemmen null. Dies gilt unabhängig vom Strom I_K (**Kurzschlussstrom**), der durch die Klemmen fließt.

Anmerkung: In der Praxis erfolgt ein nahezu idealer Kurzschluss durch Überbrückung der Anschlussklemmen mit einem dicken Drahtstück eines guten Leiters (z. B. Kupfer).

Anmerkung: Dass die Spannung nicht null Volt ist bei offenen Klemmen, sondern dass die Spannung von z. B. Eingangsklemmen einer Schaltung nur dann null Volt ist, wenn die Klemmen gegen Masse kurzgeschlossen sind, ist besonders in der Elektronik (z. B. Verstärkertechnik) zu beachten.

Null Volt bedeutet Kurzschluss!

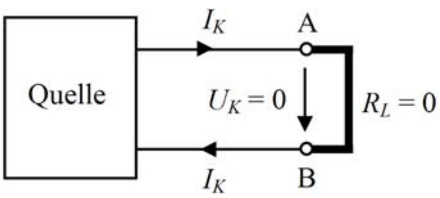

Abb. 28: Idealer Kurzschluss

2.6.1.3 Lastfall

Im **Lastfall** ist an die Anschlussklemmen der Quelle ein Lastwiderstand R_L mit einem bestimmten Widerstandswert angeschlossen. Die Spannung zwischen den beiden Klemmen (die **Klemmen-**

[1] Auch bezüglich zwei ausgewählten Anschlussklemmen eines beliebigen Netzwerkes (z. B. Ausgang eines Verstärkers) unterscheidet man je nach Betriebsfall zwischen Leerlauf-, Kurzschluss-, und Lastfall.

spannung U_{Kl}) stellt sich je nach Eigenschaften der Quelle ein, sie liegt direkt an der Last und ergibt entsprechend dem ohmschen Gesetz den **Laststrom**.

$$\boxed{I_L = \frac{U_{Kl}}{R_L}} \tag{2.3}$$

Das Wertepaar (U_{Kl}, I_L) wird **Arbeitspunkt** genannt.

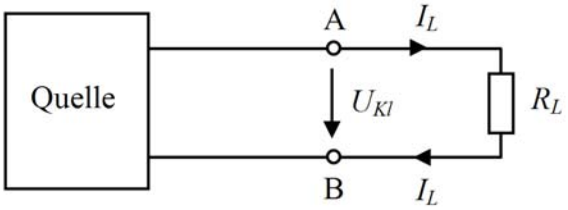

Abb. 29: Lastfall einer Quelle

2.6.2 Die ideale Spannungsquelle

Ideale Quellen sind physikalisch nicht realisierbar. Eine ideale Quelle ist ein Beispiel für ein nützliches physikalisches Modell, welches schwierige Zusammenhänge vereinfacht beschreibt. Um komplizierte Sachverhalte und Beziehungen physikalischer Größen analysieren und mathematisch beschreiben zu können, ist es häufig hilfreich, mit einem einfachen physikalischen Modell die grundlegenden Eigenschaften einer Sache zu beschreiben. Über den Gültigkeitsbereich eines Modells muss man sich natürlich klar sein. In der Elektronik lernt man idealisierte Modelle von Dioden, Transistoren oder Operationsverstärkern kennen, die ebenfalls Abstraktionen einer sehr viel komplizierteren Wirklichkeit sind, aber es gestatten, die Wirkungsweise dieser Bauteile in einem bestimmten Rahmen leicht verständlich zu erläutern.

Um von der tatsächlichen Realisierung und der Konstruktion einer Spannungsversorgung (z. B. Batterie, Akkumulator, Netzgerät) unabhängig zu sein, definiert man allgemein eine Spannungsquelle mit einem eigenen Schaltzeichen.

Eine ideale Gleichspannungsquelle liefert eine Klemmenspannung U_{Kl} bestimmter Höhe (sie ist die Kenngröße der Quelle), die als **Quellenspannung** U_q bezeichnet wird. Es gilt:

$$\boxed{U_{Kl} = U_q = \text{const.}} \tag{2.4}$$

Der Begriff „Quellenspannung" bedeutet, dass es sich um eine konstante Spannung handelt, deren Höhe unabhängig von gewissen Betriebsbedingungen gleich bleibt. Auf diese Tatsache weist der heute nicht mehr gebräuchliche Begriff „Urspannung" etwas deutlicher hin.

Die Quellenspannung einer idealen Spannungsquelle ist unabhängig von der an die Klemmen angeschlossenen Last. Die Spannung zwischen den Klemmen hängt also nicht von der Größe des Stromes ab, der im Lastfall durch die Last und die Quelle fließt. Die Klemmenspannung wird bei Belastung der Quelle nicht kleiner, man sagt, sie „bricht nicht zusammen".

Der Strom durch den Lastwiderstand R_L stellt sich entsprechend Gl. (2.3) ein. Die Bezugsrichtungen von Spannung und Strom entsprechen dem Erzeuger-Zählpfeilsystem für die Quelle und dem Verbraucher-Zählpfeilsystem für den Lastwiderstand.

Die Kennlinie des Lastwiderstandes wird **Lastgerade** genannt, sie wird beschrieben durch:

$$\boxed{U_{Kl}(I_L) = R_L \cdot I_L} \tag{2.5}$$

Wird die Spannung auf der Ordinate und der Strom auf der Abszisse aufgetragen, so ist die Kennlinie der idealen Spannungsquelle eine Parallele zur Abszisse beim Wert der Spannung $U = U_{Kl} = U_q$.

Der Schnittpunkt der beiden Kennlinien ergibt den Arbeitspunkt des Lastfalls mit dem Wertepaar (U_{Kl}, I_L).

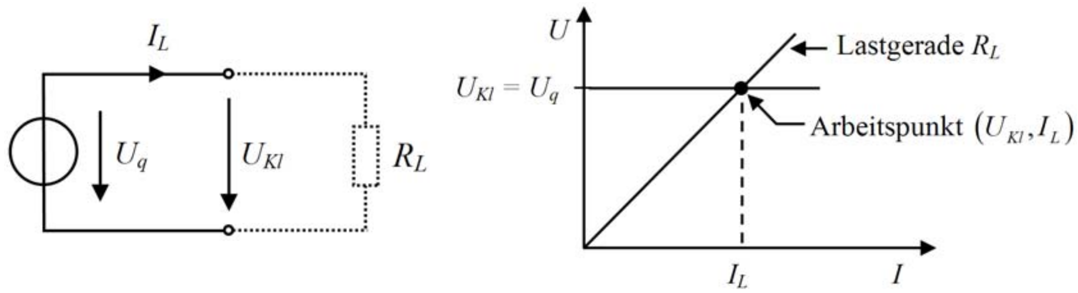

Abb. 30: Ideale Spannungsquelle mit Lastwiderstand (links) und U-I -Kennlinien von Quelle und Last (rechts)

Der Widerstand, den man im Leerlauf einer Spannungsquelle in die beiden Anschlussklemmen hinein „sieht“, wird Innenwiderstand R_i der Spannungsquelle genannt. Er ist festgelegt durch das Verhältnis von Leerlaufspannung U_q zu Kurzschlussstrom I_K:

$$\boxed{R_i = \frac{U_q}{I_K}} \tag{2.6}$$

Die Klemmenspannung einer idealen Spannungsquelle ist eine Konstante und unabhängig vom Strom. Somit ist die Ableitung der Spannung nach dem Strom gleich null.

$$\boxed{\frac{dU_{Kl}}{dI_L} = R_i = 0} \tag{2.7}$$

Der Innenwiderstand einer idealen Spannungsquelle ist null!

Bisher wurde nur der Lastfall einer idealen Spannungsquelle betrachtet.

Der **Leerlauf** einer idealen Spannungsquelle ergibt keine Besonderheiten dieses Betriebsfalls und ist unkritisch.

Anders ist dies im **Kurzschlussfall**. Werden die beiden Klemmen einer idealen Spannungsquelle kurzgeschlossen, so muss die Spannung zwischen den beiden Klemmen einerseits gleich null werden, dies bedeutet ja ein Kurzschluss. Andererseits soll laut Definition der idealen Spannungsquelle die Klemmenspannung einen bestimmten konstanten Wert beibehalten, unabhängig vom Wert des Lastwiderstandes. An diesem Widerspruch ist zu erkennen, dass der Fall $R_L = 0$ physikalisch unsinnig ist. Es gibt noch einen zweiten Grund, warum eine ideale Spannungsquelle technisch nicht realisierbar, sondern nur ein Gedankenmodell ist. Die einer idealen Spannungsquelle entnehmbare Leistung ist:

$$P = U_{Kl} \cdot I_L = U_{Kl} \cdot \frac{U_{Kl}}{R_L} = \frac{(U_{Kl})^2}{R_L} \tag{2.8}$$

Würde man den Lastwiderstand R_L beliebig klein machen, so könnte man der idealen Spannungsquelle bei konstanter Spannung U_{Kl} einen beliebig hohen Strom bzw. eine unendlich hohe Leistung (unendlich viel Energie) entnehmen.

In der Realität gibt es Spannungsquellen mit kleinem Innenwiderstand in einer Ausführung als geregelte Netzgeräte, die durch eine elektronische Regelung eine belastungsunabhängige Spannung bis zu einem gewissen maximalen Strom aufweisen.

2.6.3 Die ideale Stromquelle

In der Alltagssprache werden die Begriffe „Spannungsquelle“ und „Stromquelle“ häufig verwendet, als wären es die gleichen Begriffe. Die Spannungsquelle wird oft als Stromquelle bezeichnet, da sie in einer angeschlossenen Last einen Strom hervorruft. In der Elektrotechnik versteht man unter einer Spannungsquelle und einer Stromquelle jedoch Energiequellen mit unterschiedlichen Eigenschaften.

Eine ideale Gleichstromquelle liefert einen konstanten **Quellenstrom** I_q bestimmter Höhe (er ist die Kenngröße der Quelle), der unabhängig vom Wert des angeschlossenen Lastwiderstandes ist. Es gilt:

$$\boxed{I_L = I_q = \text{const.}} \tag{2.9}$$

Man spricht von einem „eingeprägten“ Strom bzw. von einer **Konstantstromquelle**. Der Quellenstrom einer idealen Stromquelle ist ein festgelegter, gleichbleibender Wert, der von der Belastung unabhängig ist. Egal welcher Widerstand an die Klemmen angeschlossen wird, es fließt immer der gleiche (vorher festgelegte) Strom. Dazu muss sich aber die Spannung U_{Kl} zwischen den beiden Klemmen in Abhängigkeit von der Belastung einstellen, und zwar ohne Rückwirkung auf den Strom.

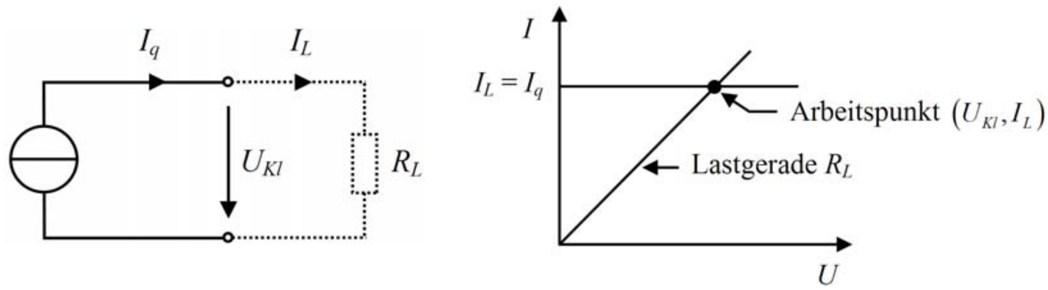

Abb. 31: Ideale Stromquelle mit Lastwiderstand (links) und Strom-Spannungskennlinien von Quelle und Last (rechts)

Der Strom einer idealen Stromquelle ist eine Konstante und unabhängig von der Klemmenspannung. Somit ist die Ableitung des Stromes nach der Spannung gleich null.

$$\boxed{\frac{dI_L}{dU_{Kl}} = \frac{1}{R_i} = G_i = 0} \tag{2.10}$$

Der Innenwiderstand einer idealen Stromquelle ist unendlich groß! Der Innenleitwert ist null.

Der **Kurzschluss** einer idealen Stromquelle ist unkritisch und ergibt keine Besonderheiten dieses Betriebsfalls.

Anders ist dies im **Leerlauffall**. Die Klemmenspannung einer idealen Stromquelle kann in Abhängigkeit der Last beliebige Werte annehmen. Bei Leerlauf müsste die Spannung zwischen den beiden Klemmen unendlich groß werden, um den Strom konstant zu halten. Dies würde (wie im Kurzschlussfall der idealen Spannungsquelle) eine unendlich hohe abgegebene Leistung bedeuten. Ein Stromfluss ist außerdem nicht denkbar, wenn die Klemmen nicht irgendwie miteinander verbunden sind, der Leerlauffall (offene Klemmen) ist physikalisch unsinnig. Eine ideale Stromquelle ist also wie eine ideale Spannungsquelle lediglich ein Gedankenmodell und technisch nicht realisierbar.

In der Realität gibt es Stromquellen mit niedrigem Innenleitwert als technische Geräte bzw. als elektronische Schaltungen, die in einem begrenzten Spannungsbereich den Strom durch unterschiedliche Lasten auf einem wählbaren, konstanten Wert halten.

2.6.4 Die reale Spannungsquelle

Der Innenwiderstand einer idealen Spannungsquelle ist null. Jede reale Spannungsquelle (wie z. B. Batterie, Akkumulator, Netzgerät usw.) weist dagegen einen endlichen Innenwiderstand R_i auf, der in Reihe zu einer idealen Spannungsquelle liegt. Eine reale Spannungsquelle wird somit durch eine Reihenschaltung aus idealer Spannungsquelle und Innenwiderstand beschrieben. Der Grund für den Innenwiderstand liegt im inneren Aufbau der Quelle. Eine reale Quelle besteht natürlich aus leitfähigen Materialien mit einem endlichen ohmschen Widerstand. Bei Batterien können dies chemische Stoffe oder Elektrolyte sein, bei Generatoren Wicklungen aus Kupferdrähten. Fließt durch die Quelle ein Strom, so entsteht in dem Leiter Joule'sche Wärme, und an ihm fällt eine Spannung ab. Die Quelle erwärmt sich im Betrieb. Der Innenwiderstand verteilt sich mehr oder weniger gleichmäßig über die stromführenden Teile der realen Quelle, im Ersatzschaltbild wird er in einem einzelnen Widerstand zusammengefasst.

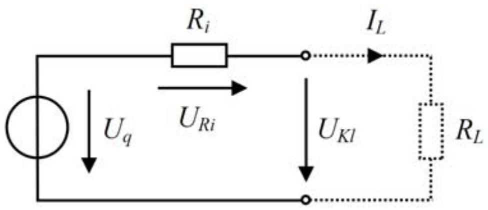

Abb. 32: Reale Spannungsquelle mit Innen- und Lastwiderstand

2.6.4.1 Leerlauffall

Wird eine reale Spannungsquelle im Leerlauf betrieben, so fließt kein Strom und es entsteht kein Spannungsabfall über dem Innenwiderstand. Die an den Anschlüssen der realen Spannungsquelle messbare Klemmenspannung ist die Leerlaufspannung, sie entspricht der Quellenspannung. Die Leerlaufspannungen der idealen und der realen Spannungsquelle sind gleich.

Für $R_L = \infty$ und somit $I_L = 0$ gilt:

$$\boxed{U_{Ri} = 0} \tag{2.11}$$

$$\boxed{U_{Kl} = U_q} \tag{2.12}$$

2.6.4.2 Kurzschlussfall

Werden die Klemmen einer realen Spannungsquelle kurzgeschlossen, so fließt der größtmögliche Klemmenstrom, der als Kurzschlussstrom I_K bezeichnet wird. Im Kurzschlussfall ist die Klemmenspannung gleich null, am Innenwiderstand liegt die gesamte Quellenspannung. Der Kurzschlussstrom der realen Spannungsquelle wird nur durch den häufig sehr kleinen Innenwiderstand begrenzt. Der Kurzschlussstrom kann daher sehr groß sein. Reale Spannungsquellen dürfen nicht kurzgeschlossen werden, es besteht die Gefahr, dass Quelle und Leitungen überlastet und zerstört werden.

Für $R_L = 0$ und somit $I_L = I_K$, $U_{Kl} = 0$, $U_{Ri} = U_q$ gilt:

$$\boxed{I_K = \frac{U_q}{R_i}} \tag{2.13}$$

2.6.4.3 Lastfall

Wird an die Klemmen der realen Spannungsquelle eine Last in Form eines Widerstandes R_L angeschlossen, so fließt ein Laststrom I_L . Durch diesen Strom entsteht am Innenwiderstand ein Spannungsabfall U_{Ri} , welcher der Quellenspannung entgegengerichtet ist. Dadurch wird im Lastfall die Klemmenspannung um den Spannungsabfall am Innenwiderstand kleiner als die Quellenspannung.

$$\boxed{U_{Kl} = U_q - U_{Ri}} \tag{2.14}$$

Der Spannungsabfall U_{Ri} ist direkt proportional zum fließenden Laststrom I_L :

$$\boxed{U_{Ri} = R_i \cdot I_L} \tag{2.15}$$

Somit folgt für die Klemmenspannung:

$$\boxed{U_{KL}\left(I_L\right) = -R_i \cdot I_L + U_q} \tag{2.16}$$

Dies ist die Gleichung einer Geraden mit negativer Steigung $-R_i$ und den Achsenabschnitten $U_{Kl} = U_q$ für $I_L = 0$ und $I_L = I_K = \frac{U_q}{R_i}$ für $U_{Kl} = 0$.

Je größer der Innenwiderstand und der vom Verbraucher R_L aufgenommene Strom I_L ist, desto kleiner wird die von der realen Spannungsquelle abgegebene Klemmenspannung U_{Kl}. Man sagt, die Spannung „geht in die Knie“ oder sie „bricht zusammen“. Gute Spannungsquellen zur Versorgung elektrischer bzw. elektronischer Schaltungen sollten daher einen möglichst kleinen Innenwiderstand aufweisen. Ein Beispiel für eine Spannungsquelle mit sehr kleinem Innenwiderstand ist die Starterbatterie im Automobil. Knopfzellen in Uhren haben dagegen einen vergleichsweise hohen Innenwiderstand.

Sind R_i und U_q unabhängig vom Belastungsstrom, so liegt eine **lineare Quelle** vor. Die Darstellung der Klemmenspannung als Funktion des Laststromes ergibt die Kennlinie der realen Spannungsquelle, im Falle einer linearen Quelle ist dies eine Gerade mit der Steigung $-R_i$. Jeder Punkt auf der Kennlinie entspricht einer Beschaltung der realen Spannungsquelle mit einem Lastwiderstand. Der Schnittpunkt der Kennlinie mit der Abszisse gehört zum Kurzschlussfall mit $U_{Kl} = 0$, der Schnittpunkt mit der Ordinate zum Leerlaufbetrieb mit $I_L = 0$.

Die Lastgerade $U_{Kl} = R_L \cdot I_L$ schneidet die Kennlinie der realen Spannungsquelle im Arbeitspunkt AP mit den Werten $\left(U_{Kl,AP},\, I_{L,AP}\right)$. Auf diese Weise können Schaltungen grafisch analysiert werden.

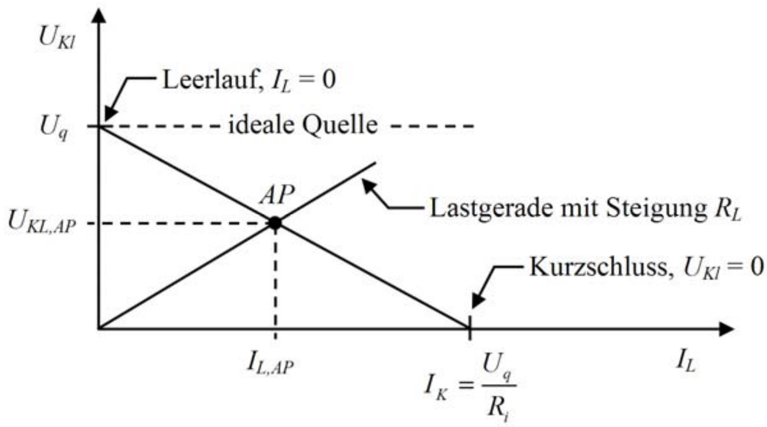

Abb. 33: Spannungs-Stromkennlinie einer realen Spannungsquelle mit Lastwiderstand

Leseprobe 3

5.3 Maschenanalyse

Die Maschenanalyse wird auch als Maschenstromanalyse, Maschenstromverfahren, Kreisstromanalyse, Schleifenanalyse oder Umlaufstromverfahren bezeichnet. Ziel der Maschenanalyse ist die Bestimmung aller Zweigspannungen und -ströme.

Durch einführen von so genannten Maschenströmen bei der Maschenanalyse (bzw. von Knotenpotenzialen bei der Knotenanalyse) kann die Zahl der zu lösenden Gleichungen reduziert werden.

Bei einem Netzwerk mit z Zweigen und k Knoten müssen beim direkten Verfahren (Zweigstromanalyse mit den kirchhoffschen Gleichungen) zur Berechnung aller Zweigströme z linear unabhängige Gleichungen gelöst werden. Bei der Maschenanalyse reduziert sich diese Anzahl auf $m_u = z - k + 1$ und bei der Knotenanalyse auf $k_u = k - 1$ Gleichungen. Diese Verfahren werden als indirekte Verfahren bezeichnet, da die Zweiggrößen nicht direkt berechnet werden.

Ist $m_u < z$, so empfiehlt sich die Anwendung der Maschenanalyse. Dieses Verfahren eignet sich besonders gut um alle Zweigströme zu berechnen, wenn das Netzwerk ausschließlich Spannungsquellen als aktive Elemente enthält. Die Spannungen ergeben sich dann mit Hilfe der Zweiggleichungen.

Die Maschenanalyse reduziert die Zahl der zu lösenden Gleichungen um die Knotengleichungen. Anstelle der Zweigströme werden bei der Maschenanalyse so genannte Maschen- oder Kreisströme eingeführt (siehe Abschnitt 3.1.1), durch deren Überlagerung sich die Zweigströme ergeben. Dadurch werden die Knotengleichungen eingespart. Alle Bauteilströme lassen sich mit Hilfe der Maschenströme ausdrücken. Bei der Maschenanalyse müssen also nur die Maschengleichungen (unter Berücksichtigung der Maschenströme) aufgestellt werden.

Bei der Maschenanalyse ist zwischen Zweigen und Verbindungszweigen bzw. zwischen Zweigströmen und Maschenströmen zu unterscheiden!

Die Größen der Spannungsquellen und der Widerstände im Netzwerk werden als bekannt vorausgesetzt. Gesucht sind die Zweigspannungen und die Zweigströme.

5.3.1 Allgemeine Vorgehensweise bei der Maschenanalyse

1. Voraussetzung für die Maschenanalyse ist, dass im Netzwerk nur Spannungsquellen vorkommen. Vorhandene Stromquellen mit parallelgeschaltetem Innenwiderstand werden zuerst in äquivalente Spannungsquellen umgewandelt.
2. Man zeichnet den Graphen des Netzwerkes und wählt einen beliebigen vollständigen Baum aus.
3. In die gegebene Schaltung werden für alle Spannungen und Ströme (willkürlich orientierte) Richtungspfeile eingetragen. Die Richtungen von Erzeuger- und Verbraucherzählpfeilsystem sind dabei zu berücksichtigen.
4. Alle Maschen mit nur **einem** Verbindungszweig werden durch einen benannten Umlaufpfeil gekennzeichnet, der die Richtung des Umlaufens der Masche festlegt. Wählt man eine Masche mit mehreren Verbindungszweigen, so sind die Gleichungen im nächsten Schritt nicht linear unabhängig, und das Gleichungssystem ist nicht lösbar. Durch den Umlaufpfeil wird in jeder Masche ein fiktiver Strom definiert, der so genannte Maschenstrom oder Ringstrom, der alle Widerstände und Spannungsquellen der Masche durchfließt. Die **Umlaufrichtung der Masche** wird **übereinstimmend mit der Richtung des Stromes im Verbindungszweig** gewählt (dies ist kein Zwang, aber sinnvoll, da dann Maschenstromrichtung und Zweigstromrichtung übereinstimmen). In einem Zweig überlagern sich die Maschenströme zum Zweigstrom.
5. Für jede so festgelegte Masche des Netzwerkes wird entsprechend dem zweiten kirchhoffschen Gesetz eine Gleichung aufgestellt. Jede Maschengleichung wird niedergeschrieben, indem alle Spannungen der Masche vorzeichenrichtig aufsummiert und gleich null gesetzt werden. Für ein

Netzwerk mit z Zweigen und k Knoten erhält man durch dieses Vorgehen ein Gleichungssystem mit $m_u = z - k + 1$ Maschengleichungen.

6. Die Spannungsabfälle an den Widerständen werden nach dem ohmschen Gesetz durch die zugehörigen Ströme ausgedrückt. Bei einiger Übung kann dies auch sofort in Schritt fünf erfolgen.
7. Die Ströme in den Zweigen werden entsprechend dem ersten kirchhoffschen Gesetz durch die Ströme der Verbindungszweige ausgedrückt, und in das oben gewonnene Gleichungssystem eingesetzt. Für ein Netzwerk mit k Knoten werden dazu $k_u = k - 1$ Knotengleichungen verwendet.
8. Das Gleichungssystem mit m_u Gleichungen und m_u Unbekannten (den gesuchten Strömen in den Verbindungszweigen) wird gelöst.
9. Ist die Spannung eines Verbindungszweiges gesucht, so kann diese anschließend einfach nach dem ohmschen Gesetz berechnet werden.
10. Die Ströme in den Zweigen wurden bereits in Schritt sieben durch die Ströme in den Verbindungszweigen ausgedrückt, welche in Schritt acht bestimmt wurden. Die Ströme in den Zweigen lassen sich also jetzt leicht berechnen, dabei ist allerdings auf umgewandelte Stromquellen zu achten. Ebenso können anschließend die Spannungen der Zweige nach dem ohmschen Gesetz leicht berechnet werden.

Tipp: Sucht man nur einzelne Ströme, dann wählt man die Maschenströme so, dass der betreffende Zweig nur einmal durchflossen wird. Damit ist ein Zweigstrom gleich einem Maschenstrom.

Tipp: Werden Umläufe mit moglichst wenig Kopplungen gewählt, so erhält man viele Nullen in der Widerstandmatrix.

5.3.2 Maschenanalyse in Matrizenschreibweise

5.3.2.1 Aufstellen des Gleichungssystems

Ausmultiplizieren, Sortieren und Ausklammern der Maschenströme liefert ein geordnetes Gleichungssystem, in welchem die Indizes der Ströme von links nach rechts ansteigen, und die Ströme Koeffizienten aus Widerständen oder aus der Summe von Widerständen aufweisen. Auf der rechten Seite des Gleichungssystems stehen die Quellenspannungen, oder null, wenn in der Masche keine Quellenspannung liegt. Das Gleichungssystem lässt sich wieder mittels Matrizen darstellen.

$\boldsymbol{R_M}$ ist eine Widerstandsmatrix, sie wird (auch auf Wechselstrom bezogen und somit allgemeiner) als **Maschenimpedanzmatrix** bezeichnet. $\boldsymbol{I_M}$ ist der Vektor der Maschenströme. $\boldsymbol{U_q}$ ist ein Maschen-Spannungsvektor, der Vektor der Quellenspannungen in den Maschenumläufen. In Kurzform lautet dann das Gleichungssystem:

$$\boxed{\boldsymbol{R_M} \bullet \boldsymbol{I_M} = \boldsymbol{U_q}} \tag{5.14}$$

Eine Darstellung mit den Elementen der Matrix und der Vektoren:

$$\boxed{\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{n1} & R_{n2} & \cdots & R_{nn} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} I_{M1} \\ I_{M2} \\ \vdots \\ I_{Mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{q1} \\ U_{q2} \\ \vdots \\ U_{qn} \end{pmatrix}} \tag{5.15}$$

Das Gleichungssystem lässt sich durch Multiplikation mit der inversen Matrix $\boldsymbol{R_M^{-1}}$ lösen.

$$\boxed{\boldsymbol{I_M} = \boldsymbol{R_M^{-1}} \bullet \boldsymbol{U_q}} \tag{5.16}$$

5.3.2.2 Eigenschaften der Maschenimpedanzmatrix

1. Jede Zeile der Matrix beschreibt die Schaltungsstruktur einer Masche.
2. Die Widerstandsmatrix ist symmetrisch zur Hauptdiagonalen (von links oben nach rechts unten), die Matrix ist gleich der transponierten Matrix.

$$\boxed{R_{nm} = R_{mn} \rightarrow \boldsymbol{R_M} = \boldsymbol{R_M^T}} \tag{5.17}$$

3. Die stets positiven Elemente der Hauptdiagonalen sind die Umlaufwiderstände der jeweiligen Maschenumläufe. Ein Umlaufwiderstand ist die Summe aller Widerstandswerte in allen Zweigen eines Maschenumlaufs. Mit anderen Worten: Die Elemente Z_{nn} der Hauptdiagonalen bestehen aus der Summe der vom Maschenstrom durchflossenen Widerstände.
4. Die übrigen Elemente der Widerstandsmatrix werden von den Widerständen gebildet, die den verschiedenen (benachbarten) Maschen gemeinsam angehören. Wird der gemeinsame Widerstand (Koppelwiderstand) von der Umlaufrichtung der Masche n und von der Umlaufrichtung der Masche m gleichsinning durchlaufen, so ist $R_{nm} = R_{mn} > 0$, bei gegensinniger Umlaufrichtung ist $R_{nm} = R_{mn} < 0$. Besteht keine Kopplung zwischen den durchlaufenen Maschen, wird an dieser Stelle das Element der Widerstandsmatrix zu null gesetzt.

Die Elemente des Spannungsvektors $\boldsymbol{U_q}$ auf der rechten Seite der Gleichung (5.14) werden aus der Summe aller Quellenspannungen jeweils eines Umlaufs gebildet. Eine Quellenspannung hat dabei ein *negatives* Vorzeichen, wenn ihre Richtung *gleich* dem Umlaufsinn der Masche ist, ansonsten ist das Vorzeichen positiv.

5.3.2.3 Die fundamentale Mascheninzidenzmatrix

Die fundamentale Mascheninzidenzmatrix $\boldsymbol{B}$:

$$\boxed{\boldsymbol{B} = \left[b_{ij}\right] \text{ ist eine } m_u \times z \text{ Matrix mit } m_u = z - k + 1 \text{ Zeilen und } z \text{ Spalten}} \tag{5.18}$$

$m_u = z - k + 1$ ist die Anzahl linear unabhängiger Maschen, z ist die Anzahl der Zweige.

Diese Matrix beschreibt ein System linear unabhängiger Maschen. Die Zeilen entsprechen den unabhängigen Maschen (Elementarschleifen) mit nur einem Verbindungszweig, die Spalten entsprechen den Zweigen. Die Elemente der fundamentalen Mascheninzidenzmatrix werden nach folgender Regel bestimmt:

$$\boxed{b_{ij} = \begin{cases} +1, \text{ wenn Masche } i \text{ den Zweig } j \text{ beinhaltet und ihre Richtungen übereinstimmen} \\ -1, \text{ wenn Masche } i \text{ den Zweig } j \text{ beinhaltet und ihre Richtungen entgegengesetzt sind} \\ \ \ 0, \text{ wenn Masche } i \text{ den Zweig } j \text{ nicht beinhaltet} \end{cases}} \tag{5.19}$$

Die Maschenströme in den Verbindungszweigen sind nach dem Lösen des Gleichungssystems $\boldsymbol{I_M} = \boldsymbol{R_M^{-1}} \bullet \boldsymbol{U_q}$ (siehe Gl. (5.16)) bekannt. Die restlichen Ströme in den Zweigen können durch *direktes* Einsetzen der Maschenströme in die in Schritt sieben der allgemeinen Vorgehensweise festgelegten Gleichungen der Zweigströme ermittelt werden.

Die Zweigströme können aber auch mit der transponierten fundamentalen Mascheninzidenzmatrix $\boldsymbol{B}^T$ und dem Vektor der Maschenströme $\boldsymbol{I_M}$ berechnet werden.

Der Vektor aller z Zweigströme ist:

$$\boxed{\boldsymbol{I_Z} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_z \end{pmatrix}} \tag{5.20}$$

Alle Zweigströme (ein Teil davon sind auch Maschenströme) ergeben sich dann aus:

$$\boxed{\boldsymbol{I_Z} = \boldsymbol{B}^T \bullet \boldsymbol{I_M}} \tag{5.21}$$

Die Zweigspannungen lassen sich jetzt ebenfalls berechnen.

Der Vektor aller z Zweigspannungen (ohne Quellen) ist:

$$\boxed{\boldsymbol{U_Z} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_z \end{pmatrix}} \tag{5.22}$$

$$\boxed{\boldsymbol{U_Z} = \boldsymbol{R_Z} \cdot \boldsymbol{I_Z}} \tag{5.23}$$

Die Matrix $\boldsymbol{Z_Z}$ ist eine Diagonalmatrix, welche die Widerstände aller Zweige in der Diagonalen aufweist.

$$\boxed{\boldsymbol{R_Z} = \begin{bmatrix} R_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & R_z \end{bmatrix}} \tag{5.24}$$

Leseprobe 4

6.5 Schaltvorgang beim Kondensator

6.5.1 Kondensator laden

Zunächst wird der rein theoretische, nicht realisierbare Fall betrachtet, dass eine ideale Gleichspannungsquelle auf einen idealen, ungeladenen Kondensator geschaltet wird. Der Schalter S in Abb. ist seit langer Zeit in Stellung 2, der Kondensator ist also vollständig entladen. Das Einschalten der Gleichspannung erfolgt, indem der Schalter in Stellung 1 gebracht wird. Der Strom $I(t)$ wird im Einschaltaugenblick unendlich groß. **Der Widerstand des idealen, ungeladenen Kondensators ist null, er stellt einen Kurzschluss dar.** Der Kondensator lädt sich in unendlich kurzer Zeit auf, nimmt dann aber keinen Strom mehr auf. **Vollgeladen verhät sich ein Kondensator im Gleichstromkreis wie eine Unterbrechung, d. h. sein Widerstandswert ist unendlich groß.**

– Beim Kurzschließen des geladenen Kondensators geschieht das Umgekehrte, er entlädt sich schlagartig. Danach ist der Strom gleich null.

Schaltet man eine ideale Gleichstromquelle auf einen Kondensator, so steigt seine Ladung und damit seine Klemmenspannung linear an. In diesem Fall würde die Klemmenspannung im Laufe der Zeit gegen Unendlich gehen.

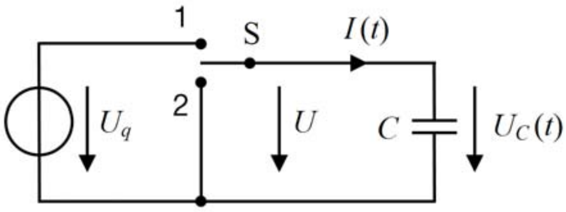

Abb. 137: Schalten einer idealen Spannungsquelle auf einen idealen Kondensator

In realen Schaltungen kann die Ladung eines Kondensators nicht unendlich schnell erfolgen, da seine Zuleitungen einen, wenn auch geringen, ohmschen Widerstand haben. Außerdem gibt es nur reale Spannungs- und Stromquellen mit einem Innenwiderstand. Wir betrachten deshalb den realitätsnahen Fall, dass ein Kondensator über einen Widerstand aufgeladen wird.

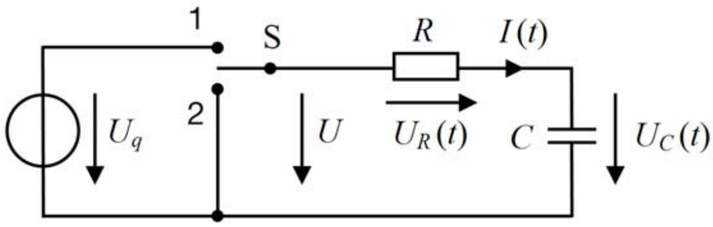

Abb. 138: Zum Schaltvorgang beim Kondensator

Der Schalter S in Abb. ist seit langer Zeit in Stellung 2, der Kondensator ist also vollständig entladen und der Strom $I(t)$ ist null. Der Ladevorgang beginnt, wenn der Schalter zum Zeitpunkt $t=0$ in Stellung 1 gebracht wird.

Für Zeiten $t>0$ erhalten wir durch einen Maschenumlauf eine Bestimmungsgleichung für die Kondensatorspannung:

$$\boxed{-U+R\cdot I(t)+U_C(t)=0} \qquad (6.27)$$

Unter Verwendung der Strom-Spannungsbeziehung $I(t)=C\cdot\frac{dU_C(t)}{dt}$ ergibt sich für $U_C(t)$ eine gewöhnliche Differenzialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten:

$$\boxed{R \cdot C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt} + U_C(t) = U} \tag{6.28}$$

Diese Differenzialgleichung muss gelöst werden, um $U_C(t)$ in Abhängigkeit von der Eingangsspannung $U = U_q$ und den Werten von R und C zu erhalten.

Beispiel 65
Die Differenzialgleichung Gl. (6.28), die das Laden eines Kondensators beschreibt, soll gelöst werden.

Die inhomogene DGL ist: $R \cdot C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt} + U_C(t) = U$

Mit der Abkürzung $T = \frac{1}{R \cdot C}$ folgt:

$$\boxed{\frac{dU_C(t)}{dt} + T \cdot U_C(t) = T \cdot U} \tag{6.29}$$

Die homogene DGL ist:

$$\boxed{\frac{dU_C(t)}{dt} + T \cdot U_C(t) = 0} \tag{6.30}$$

Für die Grundlagen zu folgenden Schritten siehe Abschnitt 6.2.

Schritt 1: Exponentialansatz für die allgemeine Lösung von Gl. (6.30):

$$U_{Ch}(t) = k \cdot e^{\lambda t} \Rightarrow \frac{dU_{Ch}(t)}{dt} = k \cdot \lambda \cdot e^{\lambda t}$$

Durch Einsetzen in die homogene DGL (6.30) folgt:

$$k \cdot \lambda \cdot e^{\lambda t} + T \cdot k \cdot e^{\lambda t} = 0 \Rightarrow \lambda = -T$$

Die Gleichung für die Konstante λ heißt auch **charakteristische Gleichung**. Alle Werte für λ, die Lösung dieser Gleichung sind, werden **Eigenwerte** genannt.

Die allgemeine Lösung der homogenen DGL ist:

$$\boxed{U_{Ch}(t) = k \cdot e^{-T \cdot t}} \tag{6.31}$$

Schritt 2: Aufsuchen einer partikulären Lösung der inhomogenen DGL (6.29) für den jetzt angenommenen Fall, dass die Eingangsspannung eine Gleichspannung der Höhe U ist, und zum Zeitpunkt $t = 0$ eingeschaltet wird.

Die Störfunktion ist eine konstante Funktion: $f(t) = T \cdot U$.

Deswegen ist der Lösungsansatz nach Tabelle 2:

$$\boxed{U_{Cp}(t) = k_0} \tag{6.32}$$

Die erste Ableitung der Konstanten ist null:

$$\boxed{\frac{dU_{Cp}(t)}{dt} = 0} \tag{6.33}$$

$\frac{dU_{Cp}(t)}{dt}$ und $U_{Cp}(t)$ einsetzen in die inhomogene DGL (6.29) ergibt:

$$\boxed{0+T\cdot k_0=T\cdot U} \tag{6.34}$$

Somit ist:

$$\boxed{k_0=U} \tag{6.35}$$

Die partikuläre Lösung der inhomogenen DGL ist:

$$\boxed{U_{Cp}(t)=U} \tag{6.36}$$

Dieses Ergebnis war vorhersehbar, da die partikuläre Lösung den eingeschwungenen Zustand beschreibt, bei dem der Kondensator auf die Spannung U aufgeladen ist.

Schritt 3: Die allgemeine Lösung der inhomogenen DGL ist

$$\boxed{U_C(t)=U_{Ch}(t)+U_{Cp}(t)} \tag{6.37}$$

$$\boxed{U_C(t)=k\cdot e^{-T\cdot t}+U} \tag{6.38}$$

Schritt 4: Der Kondensator sei zum Zeitpunkt $t=0$ vollständig entladen. Die Anfangsbedingung ist somit:

$$\boxed{U_C(0)=0} \tag{6.39}$$

Daraus folgt:

$$\boxed{0=k\cdot e^{-0}+U} \text{ bzw. } \boxed{k=-U} \tag{6.40}$$

Somit folgt für den Spannungsverlauf am Kondensator:

$$\boxed{U_C(t)=U\cdot\left(1-e^{-T\cdot t}\right)} \tag{6.41}$$

Die Zeitkonstante ist:

$$\boxed{\tau=\frac{1}{T}=R\cdot C} \tag{6.42}$$

$$\boxed{U_C(t)=U\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)=U\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)} \tag{6.43}$$

Die **Spannung am Kondensator verläuft stetig,** sie steigt exponentiell an und strebt gegen ihren Endwert U.

Aus $I(t)=C\cdot\frac{dU_C(t)}{dt}$ wird noch der Stromverlauf bestimmt.

$$C\cdot\frac{dU_C(t)}{dt}=-C\cdot\frac{1}{R\cdot C}\cdot U\cdot\left(-e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)=\frac{U}{R}\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}$$

Der Stromverlauf beim Laden des Kondensators nach Abb. ist:

$$\boxed{I(t)=\frac{U}{R}\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}} \tag{6.44}$$

Im Einschaltzeitpunkt springt also der Strom schlagartig auf den Wert U/R und sinkt dann exponentiell gegen null ab. Im Einschaltzeitpunkt wird der Strom nur durch den Widerstand R begrenzt.

Die Spannung am Widerstand ist:

$$\boxed{U_R(t) = U \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}} \tag{6.45}$$

Nach Ablauf der Zeit, die durch die Zeitkonstante $\tau = R \cdot C$ angegeben wird, ist der Kondensator auf die Spannung $U_C = 0{,}63 \cdot U$ (also auf 63 % des Endwertes) aufgeladen. Der Strom ist nach dieser Zeit um 63 % auf 37 % des Anfangswertes (also auf $0{,}37 \cdot (U/R)$) gefallen. Nach der Zeit $5 \cdot \tau$ ist der Kondensator praktisch vollständig (zu 99,3 %) auf die Spannung U aufgeladen.